

Câu 1: (1,5 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{x-\sqrt{x}}$ (với $x > 0; x \neq 1$)

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 6y = 3 \\ x - 3y = 21 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x^2 - 8x + 7 = 0$

Câu 3: (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = -2x + m$ (với m là tham số).

a) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ là 2.

b) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1^2 x_2^2$

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB > AC$. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Đường cao AH của tam giác ABC cắt đường tròn (O;R) tại điểm thứ hai là D. Kẻ DM vuông góc với AB tại M.

a) Chứng minh tứ giác BDHM nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh DA là tia phân giác của \widehat{MDC}

c) Gọi N là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng AC, chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

d) Chứng minh $AB^2 + AC^2 + CD^2 + BD^2 = 8R^2$

Câu 5: (1,0 điểm)

Tìm x, y thỏa mãn
$$\begin{cases} (x + \sqrt{2015 + x^2})(y + \sqrt{2015 + y^2}) = 2015 \\ 3x^2 + 8y^2 - 12xy = 23 \end{cases}$$

HẾT

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1		
a)	$A = 2\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 20\sqrt{3}$	0,50đ
	$A = 10\sqrt{3}$	0,25đ
b)	$B = \frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{1}$	0,50đ
	$B = \frac{1}{x - \sqrt{x}} \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{1} = 1$	0,25đ
Câu 2		
a)	$\begin{cases} x + 6y = 3 \\ x - 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y = -18 \\ x + 6y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x + 6 \cdot (-2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = -2 \end{cases}$	0,75đ
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x = 15; y = -2)$	0,25đ
b)	Phương trình $x^2 - 8x + 7 = 0$. Ta có $a = 1; b = -8; c = 7$.	0,25đ
	Nên $a + b + c = 1 + (-8) + 7 = 0$	0,25đ
	Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 7$	0,50đ
Câu 3		
a)	Điểm thuộc Parabol (P) $y = x^2$ có hoành độ $x = 2$ nên tung độ $y = 2^2 = 4$	0,25đ
	(d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2 $\Leftrightarrow 4 = -2 \cdot 2 + m \Leftrightarrow m = 8$	0,25đ
	Vậy $m = 8$ là giá trị cần tìm	0,25đ
b)	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = -2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x - m = 0(*)$	0,25đ
	(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$	
	(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$. Nên theo hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$ Mà $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6x_1^2 x_2^2$	0,25đ
	$\Rightarrow (-2)^2 - 2(-m) = 6(-m)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m_1 = 1; m_2 = -\frac{2}{3}$ Vậy $m_1 = 1; m_2 = -\frac{2}{3}$ là các giá trị cần tìm	0,25đ
Câu 4		
		0,25đ
	Hình vẽ đúng cho câu a được 0,25 đ	
a)	$AD \perp BC; DM \perp AB$ (gt)	0,25đ

	$\Rightarrow \widehat{DHB} = \widehat{DMB} = 90^\circ$ Hay 4 điểm B, D, H, M nằm trên đường tròn đường kính BD	0,25đ
	Nên tứ giác BDHM nội tiếp đường tròn đường kính BD	0,25đ
b)	tứ giác BDHM nên $\widehat{MDH} = \widehat{MBH}$	0,25đ
	$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC})	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{MDA} = \widehat{ADC}$ hay DA là tia phân giác của \widehat{MDC}	0,50đ
c)	Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác DHCN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DHN} = \widehat{DCN}$	0,25đ
	Mà $\widehat{DCN} = \widehat{ABD}$ (vì ABDC là tứ giác nội tiếp)	0,25đ
	tứ giác BDHM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ABD} + \widehat{DHM} = 180^\circ$	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{DHN} + \widehat{DHM} = 180^\circ$ Hay ba điểm M, H, N thẳng hàng.	0,25đ
d)	Kẻ đường kính AE	0,25đ
	Ta có $\widehat{AEB} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{DAC} \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{CD} \Rightarrow BE = CD$	0,25đ
	Tương tự $EC = BD$	0,25đ
	Áp dụng định lí Pitago ta có $AB^2 + AC^2 + CD^2 + BD^2 = AB^2 + BE^2 + AC^2 + CE^2$ $= AE^2 + AE^2 = 4R^2 + 4R^2 = 8R^2$	0,50đ
Câu 5		
	$\begin{cases} (x + \sqrt{2015 + x^2})(y + \sqrt{2015 + y^2}) = 2015 & (1) \\ 3x^2 + 8y^2 - 12xy = 23 & (2) \end{cases}$ <p>Ta có: $(\sqrt{2015 + x^2} + x)(\sqrt{2015 + x^2} - x) = 2015$ $(\sqrt{2015 + y^2} + y)(\sqrt{2015 + y^2} - y) = 2015$</p>	0,25đ
	Kết hợp với (1) suy ra $\begin{cases} x + \sqrt{2015 + x^2} = \sqrt{2015 + y^2} - y \\ y + \sqrt{2015 + y^2} = \sqrt{2015 + x^2} - x \end{cases} \Leftrightarrow x = -y$	0,50đ
	Thay vào (2) ta được: $3x^2 + 8x^2 - 12x(-x) = 23 \Leftrightarrow x = \pm 1$ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1$ Với $x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = 1$ Vậy có hai cặp giá trị của $x; y$ thỏa mãn đề bài (1;-1) hoặc (-1;1)	0,25đ

- Lưu ý:**
- Các cách làm tương đương cho điểm tương đương
 - bài hình không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai không cho điểm bài hình
 - Điểm toàn bài không làm tròn.