MỘT CÁCH GIẢI THUẦN TUÝ CHƯƠNG TRÌNH THCS CHO BÀI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG ĐỀ THI ĐẠI HỌC NĂM 2010

$$\begin{cases}\left(4x^2+1\right)x+\left(y-3\right)\sqrt{5-2y}=0 \quad (1)\\ 4x^2+y^2+2\sqrt{3-4x}=7 \quad (2)\end{cases} \quad \text{ĐK}:\begin{cases}x\le\dfrac{3}{4}\\ y\le\dfrac{5}{2}\end{cases}$$

Đặt $t=\sqrt{5-2y}\ge 0\Rightarrow y=\dfrac{5-t^2}{2}$

Thay vào (1) ta có: $\left(4x^2+1\right).x+\left(\dfrac{5-t^2}{2}-3\right).t=0$

$\Leftrightarrow 8x^3+2x-t^3-t=0\Leftrightarrow (2x-t)\left(4x^2+2xt+t^2\right)+(2x-t)=0$

$\Leftrightarrow (2x-t)\left(4x^2+2xt+t^2+1\right)=0$

Vì $4x^2+2xt+t^2+1=3x^2+(x+t)^2+1>0$

Suy ra $2x-t=0\Leftrightarrow 2x=t$

Thay vào phương trình (2) ta được:

$$t^2+\left(\frac{5-t^2}{2}\right)^2+2\sqrt{3-2t}=7\Leftrightarrow 4t^2+25-10t^2+t^4+8\sqrt{3-2t}-28=0$$

$$\Leftrightarrow t^4-6t^2+5+8\left(\sqrt{3-2t}-1\right)=0\Leftrightarrow (t-1)(t+1)\left(t^2-5\right)+\frac{16(1-t)}{\sqrt{3-2t}+1}=0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)\left[(t+1)\left(t^2-5\right)-\frac{16}{\sqrt{3-2t}+1}\right]=0$$

Vì $\dfrac{3}{2}\ge t\ge 0\ \Rightarrow\ (t+1)\left(t^2-5\right)-\dfrac{16}{\sqrt{3-2t}+1}<0$

Suy ra $t-1=0\Leftrightarrow t=1$ (thoả mãn)

$$\Rightarrow\begin{cases}2x=1\\ y=\dfrac{5-1^2}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=2\end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $\left(x=\dfrac{1}{2};y=2\right)$