



Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên Hà Nam

Năm học 2010-2011

Đề chung

Bài 1(2điểm)

1.. Rút gọn biểu thức: $P = \frac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{6}+3)(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

2. Giải phương trình: $-x^4 + 6x^2 + 16 = 0$

Bài 2(2điểm)

Cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2x + m$

1. Tìm tọa độ điểm nằm trên parabol (P) có tung độ $y = -2$

2. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-\sqrt{2}; -2)$. Với giá trị nào

của m vừa tìm được, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P).

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = \left(3x + \frac{5}{2}\right)^3 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^3 - (x+2-m)^3$ và $P(x)$ có dạng thu gọn

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tìm giá trị của m để: $a + c = b + d$

2. Giải phương trình: $3x^2 + 11 + \sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} = 14x$

Bài 4:(4điểm)

Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$ và đường tròn (I) đường kính BC. Đường tròn (K) đường kính BI cắt AB tại M và cắt AI tại N. Tia BN cắt đường tròn (I) tại D, gọi E là giao điểm của IM và BN.

a) Chứng minh hai tam giác MBE và MAE bằng nhau.

b) Chứng minh: $AE \perp BI$.

c) Chứng minh: $AB \cdot BC = 2 \cdot EB \cdot AC$

d) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔBEI bằng đường tròn ngoại tiếp ΔADI .

-----Hết-----

ĐÁP ÁN**Bài 1:**

1) Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{6}+3)(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{12}-\sqrt{18}+3\sqrt{2}-3\sqrt{3})$$

$$P = 2 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 2$$

2) Giải phương trình: $-x^4 + 6x^2 + 16 = 0$ Đặt: $x^2 = t (t \geq 0)$ phương trình có dạng: $-t^2 + 6t + 16 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t - 16 = 0$ Giải ra ta có: $t_1 = -2; t_2 = 8$ Đổi chiều ta thấy $t_2 = 8$ thoả mãn

Suy ra: $x^2 = 8 \Leftrightarrow x_1 = 2\sqrt{2}; x_2 = -2\sqrt{2}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x_1 = 2\sqrt{2}; x_2 = -2\sqrt{2}$ **Bài 2:**a) Điểm trên Parabol (P) $y = -x^2$ có tung độ $y = -2$ nên hoành độ thoả mãn:

$$-x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}.$$

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là: $M(\sqrt{2}; -2)$ và $N(-\sqrt{2}; -2)$ b) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-\sqrt{2}; -2)$

$$\Leftrightarrow -2(-\sqrt{2}) + m = -2 \Leftrightarrow m = -2 - 2\sqrt{2}$$

Vậy khi đó đường thẳng (d) có dạng: $y = -2x - 2 - 2\sqrt{2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$-x^2 = -2x - 2 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - (2 + 2\sqrt{2}) = 0$$

$$\Delta' = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$$

Nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = 2 + \sqrt{2}$ Khi đó các tung độ tương ứng là: $y_1 = -2; y_2 = -6 - 4\sqrt{2}$ Vậy tọa độ các điểm cần tìm là: $A(-\sqrt{2}; -2)$ và $B(2 + \sqrt{2}; -6 - 4\sqrt{2})$ **Bài 3:1)** $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow P(-1) = b + d - a - c$. Để $b + d - a - c = 0 \Rightarrow P(-1) = 0$

$$\Rightarrow \left(3 \cdot (-1) + \frac{5}{2}\right)^3 - \left(-1 - \frac{3}{2}\right)^3 - (-1 + 2 - m)^3 = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8} + \frac{125}{8} - (1 - m)^3 = 0$$

Vậy giá trị m cần tìm là: $m = 1 - \frac{\sqrt[3]{124}}{2}$

2) ĐK: $x \geq 2$

Phương trình đã cho tương đương với:

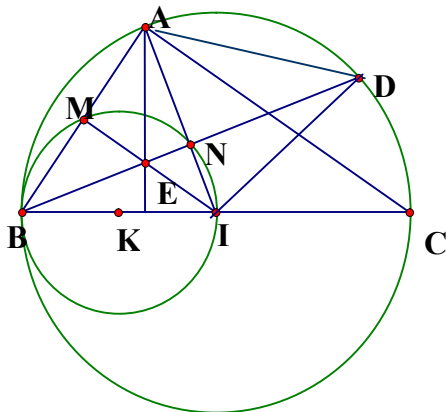
$$\begin{aligned} 3x^2 + 11 + \sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} &= 14x \\ \Leftrightarrow (3x^2 - 14x + 15) + (\sqrt{x-2} - 1) + (\sqrt{2x+3} - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)(3x-5) + \frac{x-3}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x+3}+3} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-3) \left(3x-5 + \frac{1}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Vì $x \geq 2$ nên $3x-5 > 0$ suy ra $3x-5 + \frac{1}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3} > 0$

Nên $x-3=0$ hay $x=3$

Nên phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$

Bài 4:



a) Vì BC là đường kính của đường tròn tâm I và ΔABC vuông tại A nên $A \in (I; BC/2)$

Vì $\widehat{IMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $IM \perp AB \Rightarrow MB = MA$ (quan hệ đường kính vuông góc với dây)

Xét hai tam giác vuông MAE và MBE có ME chung;
 $MB = MA$

Nên $\Delta MBE = \Delta MAE$.

b) Ta có $IM \perp AB$; $BN \perp AI \Rightarrow IM$ và BN là đường cao của ΔABI suy ra E là trực tâm của ΔABI hay $AE \perp BI$

c) Do $AE \perp BI$ nên $\widehat{MAE} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với góc EAC)

nên Δ vuông MAE \sim Δ vuông ACB

$$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{EA}{BC} \Rightarrow AM \cdot AB = EA \cdot BC$$

Mà $\Delta MBE = \Delta MAE \Rightarrow EA = EB$; $2AM = BC$

Nên $BC \cdot AB = 2EB \cdot AC$.

d) Ta có $IA = IB$; $EA = EB$; EI chung $\Rightarrow \Delta IBE = \Delta IAE$ (c.c.c)

Nên $\widehat{EIA} = 1/2 \widehat{BIA}$ mà $\widehat{EDA} = 1/2 \widehat{BIA}$

Suy ra $\widehat{EIA} = \widehat{EDA} \Rightarrow$ tứ giác AEID nội tiếp

Do vậy đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADI$ cũng là đường tròn ngoại tiếp $\triangle AEI$

Do $\triangle IBE = \triangle IAE$ nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADI$ bằng đường tròn ngoại tiếp $\triangle BEI$.





KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN HÀ NAM

Năm học 2010-2011

Đề chuyên

Bài 1: (2 điểm).

1. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1}}{2 - \sqrt{x-1}}$

2. Tìm số nguyên n để mỗi số $n+26$ và $n-11$ là lập phương của số nguyên:

Bài 2: (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

2. Cho parabol (P): $y = -4x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2mx + m - 1$ (với m là tham số).

a) Tìm giá trị của m để parabol(P) và đường thẳng (d) cùng đi qua điểm có hoành độ $x = -1$.

b) Tìm giá trị của m để parabol(P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.; gọi hai giao điểm là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$, Chứng minh rằng: $y_1 + y_2 < 7(x_1 + x_2)$.

Bài 3:(1 điểm) :

Cho x, y, z là các số dương và $xyz \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = x^3 + y^3 + z^3 + \frac{2z}{x+y} + \frac{2x}{y+z} + \frac{2y}{x+z}$$

Bài 4: (4 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2a$, C là điểm chính giữa của cung AB.

Gọi I là trung điểm của BC, đường thẳng AI cắt Con ở E và cắt nửa đường tròn(O) ở D, hạ CH vuông góc với ED (H thuộc đoạn ED).

a) Chứng minh: I là trung điểm của HD.

b) Chứng minh: $\widehat{COH} = \widehat{DOH}$

c) Chứng minh: $BC^2 = AE \cdot AD$

d) Xác định tâm và tính theo a bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ECD$.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1. Rút gọn:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2-\sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1})^2 + 4 - 4\sqrt{x-1}}}{2-\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-2)^2}}{2-\sqrt{x-1}} = \frac{|\sqrt{x-1}-2|}{2-\sqrt{x-1}}$$

$$\text{Nếu: } \sqrt{x-1}-2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} \geq 2 \Leftrightarrow x-1 \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 5 \text{ thì } A = \frac{\sqrt{x-1}-2}{2-\sqrt{x-1}} = -1$$

$$\text{Nếu: } \sqrt{x-1}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} < 2 \Leftrightarrow 0 \leq x-1 < 4 \Leftrightarrow 1 \leq x < 5 \text{ thì : } A = \frac{-\sqrt{x-1}+2}{2-\sqrt{x-1}} = 1$$

2. Đặt $n+26=a^3; n-11=b^3$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = 37 \Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2) = 37 = 1 \cdot 37 = 37 \cdot 1 = -1 \cdot (-37) = -37 \cdot (-1)$$

$$\text{Vì } a^2 + ab + b^2 = a^2 + 2a \cdot \frac{b}{2} + \frac{b^2}{4} + \frac{3b^2}{4} = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a^2+ab+b^2=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ (a-b)^2+3ab=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ a=-3 \\ b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n_1=38 \\ n_2=53 \end{cases}$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} a-b=37 \\ a^2+ab+b^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=37 \\ (a-b)^2+3ab=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ ab=-456 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ b^2+b+456=0 \end{cases} \text{ Vô nghiệm.}$$

Vậy số nguyên n cần tìm là: 53 hoặc 38

Bài 2:

$$1. \begin{cases} x+y+3=0(1) \\ x^2+2y-2=0(2) \end{cases} \text{ Từ (1) suy ra } y = -x-3$$

$$\text{Thế vào (2) ta được: } x^2 + 2(-x-3) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4; x_2 = -2$$

$$\text{Với } x = 4 \Rightarrow y = -7$$

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow y = -1$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $(4; -7); (-2; -1)$

2. Cho parabol (P): $y = -4x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2mx + m - 1$ (với m là tham số).

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) có dạng:

$$-4x^2 = -2mx + m - 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 2mx + m - 1 = 0(*)$$



Vì (P) và (d) đi qua điểm có hoành độ $x = -1$ nên :

$$4(-1)^2 - 2m(-1) + m - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 + 2m + m - 1 \Leftrightarrow 3m = -3 \Leftrightarrow m = -1$$

b) parabol(P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

hai giao điểm là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$, Khi đó:

$$y_1 = -2mx_1 + m - 1; y_2 = -2mx_2 + m - 1$$

và $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*)

Theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m}{4} = \frac{m}{2}$

Suy ra

$$y_1 + y_2 - 7(x_1 + x_2) = -2m(x_1 + x_2) + 2m - 2 - 7(x_1 + x_2)$$

$$= (-2m - 7)(x_1 + x_2) + 2m - 2 = (-2m - 7) \frac{m}{2} + 2m - 2$$

$$= -m^2 - \frac{3}{2}m - 2 = -\left(m + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{23}{16} < 0 \forall m$$

Nên $y_1 + y_2 < 7(x_1 + x_2)$.

Bài 3:(1 điểm) :

Cho x, y, z là các số dương và $xyz \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

Ta có

$$(x - y)^2(x + y) \geq 0 \forall x > 0; y > 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq xy(x + y) \Leftrightarrow \frac{x^3 + y^3}{2} \geq \frac{xy(x + y)}{2}$$

Tương tự: $\frac{x^3 + z^3}{2} \geq \frac{xz(x + z)}{2}; \frac{z^3 + y^3}{2} \geq \frac{zy(z + y)}{2}$

$$S = x^3 + y^3 + z^3 + \frac{2z}{x + y} + \frac{2x}{y + z} + \frac{2y}{x + z} = \frac{x^3 + z^3}{2} + \frac{z^3 + y^3}{2} + \frac{x^3 + y^3}{2} + \frac{2z}{x + y} + \frac{2x}{y + z} + \frac{2y}{x + z} \geq$$

$$\geq \frac{xy(x + y)}{2} + \frac{2z}{x + y} + \frac{yz(y + z)}{2} + \frac{2x}{y + z} + \frac{xz(x + z)}{2} + \frac{2y}{x + z}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba cặp số

$$\frac{xy(x+y)}{2} \text{ và } \frac{2z}{x+y}; \frac{yz(y+z)}{2} \text{ và } \frac{2x}{y+z}; \frac{xz(x+z)}{2} \text{ và } \frac{2y}{x+z}$$

Ta có $\frac{xy(x+y)}{2} + \frac{2z}{x+y} \geq 2\sqrt{\frac{xy(x+y)}{2} \cdot \frac{2z}{x+y}} = 2\sqrt{xyz} \geq 2$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{xy(x+y)}{2} = \frac{2z}{x+y}$ và $xyz=1 \Leftrightarrow x=y=z=1$

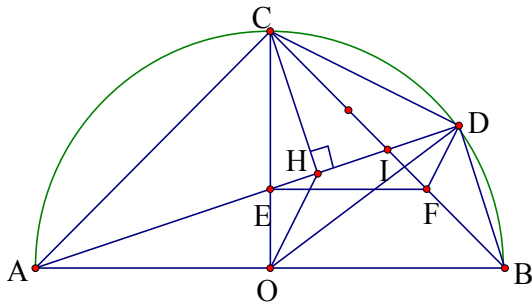
Tương tự $\frac{yz(y+z)}{2} + \frac{2x}{y+z} \geq 2; \frac{xz(x+z)}{2} + \frac{2y}{x+z} \geq 2$

Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=1$

Nên $S \geq 6$

Vậy $S_{\min}=6$ khi $x=y=z=1$.

Bài 4:



a) Ta có $\widehat{ADB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $CH \perp ED$ (gt)

Xét hai tam giác vuông CHI và BDI có:
 $\widehat{CIH}=\widehat{BID}$ (đ đ); $IC=IB$ (gt) $\Rightarrow \Delta CHI=\Delta BDI$ (cạnh huyền và góc nhọn)

Suy ra $IH=ID$ hay I là trung điểm của HD.

b) Vì C là điểm chính giữa của cung AB nên $\widehat{AOC}=\widehat{sđAC}=\frac{1}{2}\widehat{sđAB}=90^0$

Do đó $\widehat{CDH}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}=45^0$ mà tam giác CHD vuông tại H suy ra ΔCHD vuông cân tại H

$\Rightarrow CH=DH$;

Lại có $OC=OD$ (bán kính đường tròn(O)); OH chung

Nên $\Delta COH=\Delta DOH$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{COH}=\widehat{DOH}$.

c) xét hai tam giác vuông AOE và ADB có góc nhọn A chung

Suy ra $\Delta AOE \sim \Delta ADB \Rightarrow \frac{AO}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AD \cdot AE = AO \cdot AB$

Mà $AB=2AO=2OB \Rightarrow AD \cdot AE=2OB^2$

Vì ΔBOC vuông cân tại O nên $BC^2=2OB^2$

Do vậy $AE \cdot AD=BC^2$.

d) Vẽ $EF \perp OC$ mà $OC \perp AB$ nên $EF \parallel AB \Rightarrow \widehat{DEF}=\widehat{DAB}$

Mà $\widehat{DAB} = \widehat{DCF}$ nên $\widehat{DEF} = \widehat{DCF}$ Suy ra tứ giác ADFE nội tiếp

Do $EF \perp OC$ nên ADFE nội tiếp đường tròn đường kính CF, với tâm là trung điểm K của CF. Hay K là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEC$ với đường kính CF

Vì CO; AI là trung tuyến của $\triangle ACB$ nên $\frac{CE}{CO} = \frac{2}{3}$

Mặt khác $EF \parallel AB$ nên $\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CO}$; $CB = OB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

Do đó $CF = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. Vậy bán kính của đường tròn K là $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

