Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên Hà Nam

Năm học 2010-2011

Đề chung

Bài 1(2điểm)

1.. Rút gọn biểu thức: $P=\dfrac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}-\left(\sqrt{6}+3\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

2. Giải phương trình: $-x^4+6x^2+16=0$

Bài 2(2điểm)

Cho Parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=-2x+m$

1. Tìm toạ độ điểm nằm trên parabol (P) có tung độ $y=-2$

2 . Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (d) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};-2\right)$. Với giá trị nào của *m* vừa tìm được, tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P).

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x)=\left(3x+\dfrac{5}{2}\right)^3-\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^3-\left(x+2-m\right)^3$ và P(x) có dạng thu gọn $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Tìm giá trị của m để: $a+c=b+d$

2. Giải phương trình: $3x^2+11+\sqrt{x-2}+\sqrt{2x+3}=14x$

Bài 4:(4điểm)

Cho ΔABC vuông tại A có AB<AC và đường tròn (I) đường kính BC. Đường tròn (K) đường kính BI cắt AB tại M và cắt AI tại N. Tia BN cắt đường tròn (I) tại D, gọi E là giao điểm của IM và BN.

a) Chứng minh hai tam giác MBE và MAE bằng nhau.

b) Chứng minh: AE⊥BI.

c) Chứng minh: AB.BC = 2.EB.AC

d) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔBEI bằng đường tròn ngoại tiếp ΔADI.

------Hết-----

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1) Rút gọn biểu thức:

$$P=\frac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}-\left(\sqrt{6}+3\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}{2-\sqrt{3}}-\left(\sqrt{12}-\sqrt{18}+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}\right)$$
$$P=2-\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}=2$$

2) Giải phương trình: $-x^4+6x^2+16=0$

Đặt: $x^2=t\left(t\ge 0\right)$ phương trình có dạng: $-t^2+6t+16=0\Leftrightarrow t^2-6t-16=0$

Giải ra ta có: $t_1=-2;t_2=8$

Đối chiếu ta thấy $t_2=8$ thoả mãn

Suy ra: $x^2=8\Leftrightarrow x_1=2\sqrt{2};x_2=-2\sqrt{2}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x_1=2\sqrt{2};x_2=-2\sqrt{2}$

Bài 2:

a) Điểm trên Parabol (P) $y=-x^2$ có tung độ $y=-2$ nên hoành độ thoả mãn:

$-x^2=-2\Leftrightarrow x^2=2\Leftrightarrow x_1=\sqrt{2};x_2=-\sqrt{2}$.

Vậy toạ độ các điểm cần tìm là: $M\left(\sqrt{2};-2\right)$ và $N\left(-\sqrt{2};-2\right)$

b) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};-2\right)$

$\Leftrightarrow -2\left(-\sqrt{2}\right)+m=-2\Leftrightarrow m=-2-2\sqrt{2}$

Vậy khi đó đường thẳng (d) có dạng: $y=-2x-2-2\sqrt{2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$-x^2=-2x-2-2\sqrt{2}\Leftrightarrow x^2-2x-\left(2+2\sqrt{2}\right)=0$

$\Delta'=1+2+2\sqrt{2}=3+2\sqrt{2}=\left(1+\sqrt{2}\right)^2$

Nên phương trình có hai nghiệm: $x_1=-\sqrt{2};x_2=2+\sqrt{2}$

Khi đó các tung độ tương ứng là: $y_1=-2;\ y_2=-6-4\sqrt{2}$

Vậy toạ độ các điểm cần tìm là: $A\left(-\sqrt{2};-2\right)$ và $B\left(2+\sqrt{2};-6-4\sqrt{2}\right)$

Bài 3:1) $P\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \Rightarrow P\left(-1\right)=b+d-a-c$. Để $b+d-a-c=0\Rightarrow P\left(-1\right)=0$

$$\Rightarrow\left(3.(-1)+\frac{5}{2}\right)^3-\left(-1-\frac{3}{2}\right)^3-\left(-1+2-m\right)^3=0\Leftrightarrow-\frac{1}{8}+\frac{125}{8}-\left(1-m\right)^3=0$$

Vậy giá trị m cần tìm là: $m = 1 - \frac{\sqrt[3]{124}}{2}$

2) ĐK: $x \geq 2$

Phương trình đã cho tương đương với:

$$3x^2 + 11 + \sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} = 14x$$

$$\Leftrightarrow \left(3x^2 - 14x + 15\right) + \left(\sqrt{x-2} - 1\right) + \left(\sqrt{2x+3} - 3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(3x-5) + \frac{x-3}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x+3}+3} = 0$$

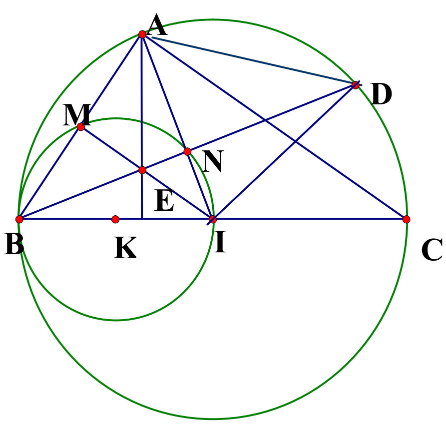
$$\Leftrightarrow (x-3)\left(3x - 5 + \frac{1}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3}\right) = 0$$

Vì $x \geq 2$ nên $3x-5>0$ suy ra $3x - 5 + \frac{1}{\sqrt{x-2}+3} + \frac{2}{\sqrt{2x+3}+3} > 0$

Nên $x-3=0$ hay $x=3$

Nên phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$

Bài 4:



a) Vì BC là đường kính của đường tròn tâm I và ΔABC vuông tại A nên $A \in (I; BC/2)$

Vì $\widehat{IMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $IM \perp AB \Rightarrow MB = MA$ (quan hệ đường kính vuông góc với dây)

Xét hai tam giác vuông MAE và MBE có ME chung; MB=MA

Nên $\Delta MBE = \Delta MAE$.

b) Ta có $IM \perp AB$; $BN \perp AI$ $\Rightarrow$ IM và BN là đường cao của ΔABI suy ra E là trực tâm của ΔABI hay $AE \perp BI$

c) Do $AE \perp BI$ nên $\widehat{MAE} = \widehat{ACB}$(cùng phụ với góc EAC)

nên Δvuông MAE~ΔvuôngACB

$$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{EA}{BC} \Rightarrow AM.AB = EA.BC$$

Mà $\Delta MBE = \Delta MAE \Rightarrow$ EA=EB ; 2AM=BC

Nên BC.AB=2EB.AC.

d) Ta có IA=IB; EA=EB; EI chung $\Rightarrow \Delta IBE = \Delta IAE$(c.c.c)

Nên $\widehat{EIA} = 1/2\widehat{BIA}$ mà $\widehat{EDA} = 1/2\widehat{BIA}$

Suy ra $\widehat{EIA}=\widehat{EDA} \Rightarrow$ tứ giác AEID nội tiếp

Do vậy đường tròn ngoại tiếp ΔADI cũng là đường tròn ngoại tiếp ΔAEI

Do ΔIBE=ΔIAE nên đường tròn ngoại tiếp ΔADI bằng đường tròn ngoại tiếp ΔBEI.

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN HÀ NAM

Năm học 2010-2011

Đề chuyên

Bài 1: (2 điểm).

1. Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}}{2-\sqrt{x-1}}$

2. Tìm số nguyên n để mỗi số $n+26$ và n-11 là lập phương của số nguyên:

Bài 2: (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+3=0 \\ x^2+2y-2=0 \end{cases}$

2. Cho parabol (P): $y=-4x^2$ và đường thẳng $(d): y=-2mx+m-1$(với m là tham số).

a) Tìm giá trị của m để parabol(P) và đường thẳng (d) cùng đi qua điểm có hoành độ x=-1.

b) Tìm giá trị của m để parabol(P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.; gọi hai giao điểm là $(x_1;y_1)$ và $(x_2\,;y_2)$, Chứng minh rằng: $y_1+y_2<7(x_1+x_2)$.

Bài 3:(1 điểm) :

Cho x, y, z là các số dương và xyz≥1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S=x^3+y^3+z^3+\frac{2z}{x+y}+\frac{2x}{y+z}+\frac{2y}{x+z}$$

Bài 4: (4 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB=2a, C là điểm chính giữa của cungAB. Gọi I là trung điểm của BC, đường thẳng AI cắt Con ở E và cắt nửa đường tròn(O) ở D, hạ CH vuông góc với ED (Hthuộc đoạn ED).

a) Chứng minh: I là trung điểm của HD.

b) Chứng minh: $\widehat{COH}=\widehat{DOH}$

c) Chứng minh: BC^2=AE.AD

d) Xác định tâm và tính theo a bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔECD.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1. Rút gọn:

ĐK: $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ 2-\sqrt{x-1}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ne 5 \end{cases}$

$$A=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}\right)^2+4-4\sqrt{x-1}}}{2-\sqrt{x-1}}=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-2\right)^2}}{2-\sqrt{x-1}}=\frac{\left|\sqrt{x-1}-2\right|}{2-\sqrt{x-1}}$$

Nếu: $\sqrt{x-1}-2\ge 0\Leftrightarrow \sqrt{x-1}\ge 2\Leftrightarrow x-1\ge 4\Leftrightarrow x\ge 5$ thì $A=\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{2-\sqrt{x-1}}=-1$

Nếu: $\sqrt{x-1}-2<0\Leftrightarrow \sqrt{x-1}<2\Leftrightarrow 0\le x-1<4\Leftrightarrow 1\le x<5$ thì : $A=\dfrac{-\sqrt{x-1}+2}{2-\sqrt{x-1}}=1$

2. Đặt $n+26=a^3; n-11=b^3$

$$\Rightarrow a^3-b^3=37\Leftrightarrow (a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=37=1.37=37.1=-1.(-37)=-37.(-1)$$

Vì $a^2+ab+b^2=a^2+2a\dfrac{b}{2}+\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{3b^2}{4}=\left(a+\dfrac{b}{2}\right)^2+\dfrac{3b^2}{4}\ge 0$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a^2+ab+b^2=37 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ (a-b)^2+3ab=37 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ ab=12 \end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-3 \\ b=-4 \end{cases} \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n_1=38 \\ n_2=53 \end{array}\right.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} a-b=37 \\ a^2+ab+b^2=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=37 \\ (a-b)^2+3ab=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ ab=-456 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ b^2+b+456=0 \end{cases}$$ Vô nghiệm.

Vậy số nguyên n cần tìm là: 53 hoặc 38

Bài 2:

1. $\begin{cases} x+y+3=0(1) \\ x^2+2y-2=0(2) \end{cases}$ Từ (1) suy ra $y=-x-3$

Thế vào (2) ta được: $x^2+2(-x-3)-2=0\Leftrightarrow x^2-2y-8=0\Leftrightarrow x_1=4; x_2=-2$

Với $x=4\Rightarrow y=-7$

Với $x=-2\Rightarrow y=-1$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $(4;-7);(-2;-1)$

2. Cho parabol (P): $y=-4x^2$ và đường thẳng $(d): y=-2mx+m-1$ (với m là tham số).

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) có dạng:

$-4x^2=-2mx+m-1 \Leftrightarrow 4x^2-2mx+m-1=0(*)$

Vì (P) và (d) đi qua điểm có hoành độ x=-1 nên :

$4(-1)^2-2m(-1)+m-1=0 \Leftrightarrow 4+2m+m-1 \Leftrightarrow 3m=-3 \Leftrightarrow m=-1$

b) parabol(P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4m+1>0 \Leftrightarrow (m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq 1$

hai giao điểm là $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$, Khi đó:

$y_1=-2mx_1+m-1; y_2=-2mx+m-1$

và x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (*)

Theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1+x_2=\frac{2m}{4}=\frac{m}{2}$

Suy ra

$y_1+y_2-7(x_1+x_2)=-2m(x_1+x_2)+2m-2-7(x_1+x_2)$

$=(-2m-7)(x_1+x_2)+2m-2=(-2m-7)\frac{m}{2}+2m-2$

$=-m^2-\frac{3}{2}m-2=-\left(m+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{23}{16}<0\forall m$

Nên $y_1+y_2<7(x_1+x_2)$.

Bài 3:(1 điểm) :

Cho x, y, z là các số dương và xyz≥1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

Ta có

$(x-y)^2(x+y)\geq 0\forall x>0; y>0 \Leftrightarrow x^3-x^2y-xy^2+y^3\geq 0$

$\Leftrightarrow x^3+y^3\geq xy(x+y) \Leftrightarrow \frac{x^3+y^3}{2}\geq\frac{xy(x+y)}{2}$

Tương tự: $\frac{x^3+z^3}{2}\geq\frac{xz(x+z)}{2}; \frac{z^3+y^3}{2}\geq\frac{zy(z+y)}{2}$

$S=x^3+y^3+z^3+\frac{2z}{x+y}+\frac{2x}{y+z}+\frac{2y}{x+z}=\frac{x^3+z^3}{2}+\frac{z^3+y^3}{2}+\frac{x^3+y^3}{2}+\frac{2z}{x+y}+\frac{2x}{y+z}+\frac{2y}{x+z}\geq$

$\geq\frac{xy(x+y)}{2}+\frac{2z}{x+y}+\frac{yz(y+z)}{2}+\frac{2x}{y+z}+\frac{xz(x+z)}{2}+\frac{2y}{x+z}$

Dấu "=" xảy ra khi x=y=z

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba cặp số

$\frac{xy(x+y)}{2}$ và $\frac{2z}{x+y}$; $\frac{yz(y+z)}{2}$ và $\frac{2x}{y+z}$; $\frac{xz(x+z)}{2}$ và $\frac{2y}{x+z}$

Ta có $\frac{xy(x+y)}{2}+\frac{2z}{x+y}\ge 2\sqrt{\frac{xy(x+y)}{2}.\frac{2z}{x+y}}=2\sqrt{xyz}\ge 2$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{xy(x+y)}{2}=\frac{2z}{x+y}$ và $xyz=1 \Leftrightarrow x=y=z=1$

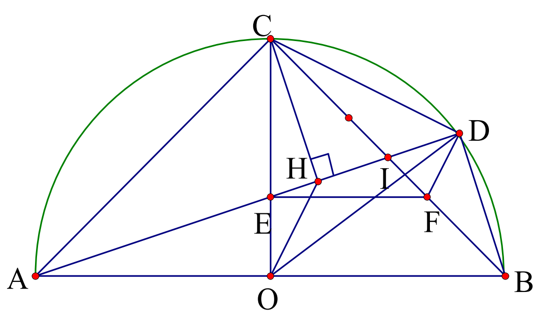
Tương tự $\frac{yz(y+z)}{2}+\frac{2x}{y+z}\ge 2$; $\frac{xz(x+z)}{2}+\frac{2y}{x+z}\ge 2$

Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=1$

Nên $S\ge 6$

Vậy $S_{min}=6$ khi $x=y=z=1$.

Bài 4:



a) Ta có $\overset{\frown}{ADB}=90^0$(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $CH\perp ED$(gt)

Xét hai tam giác vuông CHI và BDI có:

$\overset{\frown}{CIH}=\overset{\frown}{BID}$(đ đ); IC=IB(gt) $\Rightarrow \Delta CHI=\Delta BDI$ (cạnh huyền và góc nhọn)

Suy ra IH=ID hay I là trung điểm của HD.

b) Vì C là điểm chính giữa của cung AB nên $\overset{\frown}{AOC}=sđ\overset{\frown}{AC}=\frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{AB}=90^0$

Do đó $\overset{\frown}{CDH}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AOC}=45^0$ mà tam giác CHD vuông tại H suy ra ΔCHD vuông cân tại H

$\Rightarrow CH=DH$;

Lại có OC=OD(bán kính đường tròn(O)); OH chung

Nên $\Delta COH=\Delta DOH$(c.c.c)$\Rightarrow \overset{\frown}{COH}=\overset{\frown}{DOH}$.

c) xét hai tam giác vuông AOE và ADB có góc nhọn A chung

Suy ra $\Delta AOE\sim\Delta ADB \Rightarrow \frac{AO}{AD}=\frac{AE}{AB}\Rightarrow AD.AE=AO.AB$

Mà $AB=2AO=2OB \Rightarrow AD.AE=2OB^2$

Vì ΔBOC vuông cân tại O nên $BC^2=2OB^2$

Do vậy $AE.AD=BC^2$.

d) Vẽ $EF\perp OC$ mà $OC\perp AB$ nên EF//AB $\Rightarrow \overset{\frown}{DEF}=\overset{\frown}{DAB}$

Mà $\widehat{DAB}=\widehat{DCF}$ nên $\widehat{DEF}=\widehat{DCF}$ Suy ra tứ giác ADFE nội tiếp

Do $EF\perp OC$ nên ADFE nội tiếp đường tròn đường kính CF. với tâm là trung điểm K của CF. Hay K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEC với đường kính CF

Vì CO; AI là trung tuyến của ΔACB nên $\frac{CE}{CO}=\frac{2}{3}$

Mặt khác EF//AB nên $\frac{CF}{CB}=\frac{CE}{CO};CB=OB\sqrt{2}=a\sqrt{2}$

Do đó $CF=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. Vậy bán kính của đường tròn K là $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.