

ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2013
Môn thi: Toán

(Dùng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và lớp chuyên Tin)
Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (2,5 điểm)

1. Các số thực a, b, c đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức :

i) $(a + b)(b + c)(c + a) = abc$

ii) $(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = a^3b^3c^3$

Chứng minh rằng $abc=0$.

2. Các số thực dương a, b thỏa mãn $ab > 2013a + 2014b$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$a + b > (\sqrt{2013} + \sqrt{2014})^2.$$

Câu 2: (2 điểm) Tìm tất cả các cặp số hữu tỉ $(x; y)$ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 2y^3 = x + 4y \\ 6x^2 - 19xy + 15y^2 = 1 \end{cases}$$

Câu 3: (1 điểm) Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n là tổng n số nguyên tố đầu tiên. ($S_1 = 2$; $S_2 = 2 + 3$; $S_3 = 2 + 3 + 5$;.....). Chứng minh rằng trong dãy số S_1, S_2, \dots không tồn tại 2 số chính phương liên tiếp.

Câu 4: (2,5 điểm) Tam giác ABC không cân nội tiếp (O) , BD là phân giác của \widehat{ABC} . Đường thẳng BD cắt (O) tại điểm thứ hai là E . Đường tròn (O_1) đường kính DE cắt (O) tại điểm thứ hai là F .

1. Chứng minh đường thẳng đối xứng với đường thẳng BF qua đường thẳng BD đi qua trung điểm của AC .

2. Biết tam giác ABC vuông tại B . $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và bán kính (O) bằng R , tính bán kính (O_1) theo R .

Câu 5: (1 điểm)

Độ dài 3 cạnh tam giác ABC là 3 số nguyên tố, chứng minh diện tích tam giác ABC không phải là số nguyên.

Câu 6: (1 điểm) a_1, a_2, \dots, a_{11} là các số nguyên dương lớn hơn hay bằng 2, đôi một khác nhau và thỏa mãn $a_1 + a_2 + \dots + a_{11} = 407$. Tồn tại hay không số nguyên dương n sao cho tổng các số dư của các phép chia n cho 22 số $a_1, a_2, \dots, a_{11}, 4a_1, \dots, 4a_{11}$ bằng 2012.

-----Hết-----

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....